Mulțimea numerelor reale. Calcul algebric.

1. Dacă a ∈ **N** și $\sqrt{a} \in$ **Q,** atunci $\sqrt{a} \in$ **N**

2. Dacă a, b ∈ **N** și $\sqrt{a} + \sqrt{b} \in$ **Q,** atunci $\sqrt{a}, \sqrt{b} \in$ **N**

3. Dacă a, b nu sunt pătrate ale unor numere raționale, atunci $\sqrt{a} + \sqrt{b} \notin$ **Q**

4. Dacă a, b ∈ $\mathbf{Q}^*$ și $\alpha, \beta \in \mathbf{Q}^*$ astfel încât $\alpha\sqrt{a} + \beta\sqrt{b} \in \mathbf{Q}^*$, atunci $\sqrt{a}, \sqrt{b} \in$ **Q**

5. Dacă a, b ∈ $\mathbf{Q}^*$ și $\sqrt{b} \in$ **R – Q,** atunci $a \pm \sqrt{b}$ și $a\sqrt{b} \in$ **R – Q**

6. Dacă a ∈ $\mathbf{Q}^*$ și b ∈ **R – Q,** atunci $a \pm b$ și ab ∈ **R – Q**

7.$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

8. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Exerciții:

1. Dați exemple de numere irațională *x* și *y* pentru care următoarele afirmații sunt adevărate:

a) $x+y \in$ **Q**; **b)** $x \cdot y \in$ **Q**; **c)** $\frac{x}{y} \in$ **Q**.

2. Determinaţi un număr real *x*, de forma $x = a+b\sqrt{2}$, cu $a,b \in$ **Z** și $a^2 - 2b^2 = 1$.

3. Determinați valoarea de adevăr a propozițiilor, pentru orice $n \in \mathbf{N}^*$:

a) $\sqrt{1+3+5+\cdots+99} \in$ **Q** ; **b)** $\sqrt{5n+3} \in$ **R\Q** ; **c)** $\sqrt{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2014 + 3} \in$ **Q**;

d) $\sqrt{2+2^2+2^3+\cdots 2^{101}} \in$ **R\Q**; **e)** $\sqrt{6^n + 2021} \in$ **Q** **h)** $\sqrt{4n+3} \in$ **R\Q** ;

i) $\sqrt{n^2+n} \in$ **Q** ; **j)** $\sqrt{3^n + 7^{n+1}} \in$ **R\Q**.

4. Determinați numerele naturale *x* pentru care numărul $\sqrt{x^2 + 35}$ + 2021 este număr natural.

G.M.

5. Determinați numerele naturale $\overline{ab}$ și $\overline{xy}$ știind că $\sqrt{2^{\overline{ab}} - 23} = \overline{xy}$.

G.M.

6. Se consideră mulțimea $A = \left\{\sqrt{2p^2 + 4p + p} \,/ p \text{ număr prim}\right\}$. Determinați mulțimea A∩ $\boldsymbol{Q}$.

G.M.

Bibliografie:

1. Artur Bălăucă – OLIMPIADE, CONCURSURI ŞI CENTRE DE EXCELENŢĂ – clasa a VII-a, Editura TAIDA, Iaşi, 2016
2. Maranda Linț ș.a. – Matematică de excelență – clasa a VII- a, Editura PARALELA 45, Piteşti, 2013
3. Colecţia GAZETA MATEMATICĂ
4. www.olimpiade.ro
5. www.mategl.com

Prof. Daniel Iarca