Partea întreagă, partea fracţionară a unui număr real

Partea întreagă a numărului real ***x*** este cel mai mare număr întreg care nu îl depăşeşte pe ***x*** (este aşadar cel mult egal cu ***x***; dacă facem apel la reprezentarea pe axă a numerelor reale, atunci [x] este primul număr întreg din stânga lui x .)

Partea întreagă a lui ***x*** se notează cu [x].

Partea fracţionară a numărului real ***x*** este {x} = x − [x]; evident {x}∈[0,1) .

Proprietăți:

P1. $x-1<[x]\leq x\ sau\ [x]\leq x<[x]+1,\ \forall\, x\in\mathbb{R}$

P2. $x<k\Leftrightarrow[x]<k,\forall x\in\mathbb{R},k\in\mathbb{Z}$

P3. $[k+a]=k,\forall k\in\mathbb{Z},a\in[0;1)$

P4. $[x+k]=[x]+k,\forall x\in\mathbb{R},k\in\mathbb{Z}$

P5. $\{x+k\}=\{x\},\forall x\in\mathbb{R},k\in\mathbb{Z}$

P6. $\big[[x]\big]=[x],\{\{x\}\}=\{x\},[\{x\}]=\{[x]\}=0,\forall x\in\mathbb{R}$

P7. Dacă $x,y\in\mathbb{R}$ și [x]= [y], atunci $|x-y|<1$

P8. Dacă $x,y\in\mathbb{R}$, atunci $\{x\}=\{y\}\Leftrightarrow$ x – y $\in\mathbb{Z}$

P9. $[x]+[y]\leq[x+y]\leq[x]+[y]+1,\forall\, x,y\in\mathbb{R}$

P10. $[x]+[-x]=-1,\forall x\in\mathbb{R}-\mathbb{Z}$

P11. $[x]+\left[x+\frac{1}{n}\right]+\left[x+\frac{2}{n}\right]+\ldots+\left[x+\frac{n-1}{n}\right]=[nx],\forall x\in\mathbb{R},n\in\mathbb{N}^*$

P12. Exponentul numărului prim *p* din descompunerea în factori primi a numărului *n!* este : $\left[\frac{n}{p}\right]+\left[\frac{n}{p^2}\right]+\left[\frac{n}{p^3}\right]+\left[\frac{n}{p^4}\right]+\cdots$

Exemple :

a) [5,2] = 5 ; [-2021] = -2021 ; $\left[\frac{1}{5}\right]=0$; [-7,3] = -8

b) {2022} = 0 ; {-7} = 0 ; {5,2} = 0,2 ; {-5,2} = 0,8 ; {3,3} = 0,3 ; {-3,3} = 0,7.

Exerciții:

1. Să se determine câte numere naturale mai mici decât 2022 sunt divizibile cu 2 sau cu 3.

2. Să se determine care este exponentul lui 5 din descompunerea în factori primi a numărului 2021!

3. Să se rezolve ecuațiile :

a) [x −1] = 2 b) $\left[\frac{x-2}{3}\right]=\frac{x+2}{4}$

4. Determinați numerele naturale de forma $\overline{ab}$, scrise în baza zece, astefel încât a+ b = 10 și $\left[\sqrt{\overline{b}}\right]=6$.

G.M.

5. Aflați numerele reale pozitive x,y,z pentru care $[x]\cdot y\cdot z=\frac{5\sqrt{6}}{6}$, $x\cdot[y]\cdot z=\frac{\sqrt{15}}{2}$, $x\cdot y\cdot[z]=\frac{\sqrt{10}}{2}$, unde prin $[a]$ se notează partea întreagă a numărului a.

Supliment G.M.

Bibliografie:

1. Artur Bălăucă – OLIMPIADE, CONCURSURI ŞI CENTRE DE EXCELENŢĂ – clasa a VII-a, Editura TAIDA, Iaşi, 2016
2. Maranda Linț ș.a. – Matematică de excelență – clasa a VII- a, Editura PARALELA 45, Piteşti, 2013
3. Colecţia GAZETA MATEMATICĂ
4. www.olimpiade.ro
5. www.mategl.com

Prof. Daniel Iarca