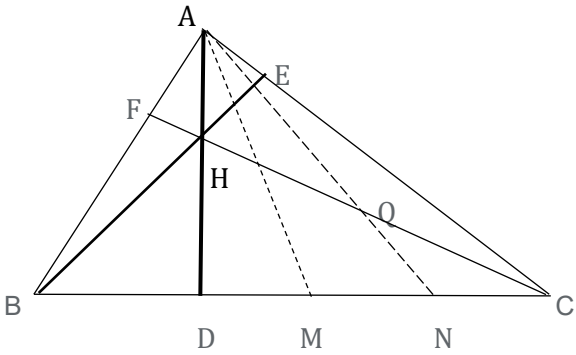
ARII



Fie **ΔABC triunghi oarecare** şi AD, BE, CF înălţimi, atunci $A_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AD}{2} = \frac{AC \cdot BE}{2} = \frac{AB \cdot CF}{2}$ $(\frac{\text{bază} \cdot \text{înălţime}}{2})$

Dacă N ∈ [BC] atunci: $(\mathbf{P_1})\ A_{\Delta ABC} = A_{\Delta ABN} + A_{\Delta ACN}$ (aditivitatea ariei); $(\mathbf{P_2})\ \frac{BN}{NC} = \frac{A_{\Delta ABN}}{A_{\Delta ACN}}$

Dacă N ∈ [BC] şi Q ∈ [AN] atunci:($\mathbf{P_1}$) $\frac{BN}{NC} = \frac{A_{\Delta ABQ}}{A_{\Delta ACQ}}$; $(\mathbf{P_2})\ \frac{AQ}{QN} = \frac{A_{ABQC}}{A_{\Delta BQC}}$

Dacă N ∈ [BC] şi AD ⊥ BC atunci AD ≤ AN şi $A_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AD}{2} \leq \frac{BC \cdot AN}{2}$, dacă N=B atunci $A_{\Delta ABC} \leq \frac{BC \cdot AB}{2}$ şi analoagele $A_{\Delta ABC} \leq \frac{BC \cdot AC}{2}$ şi $A_{\Delta ABC} \leq \frac{AC \cdot AB}{2}$

Raportul ariilor a două triunghiuri asemenea este egal cu pătratul raportului de asemănare.

Dacă AM este mediană atunci $A_{\Delta ABM} = A_{\Delta ACM}$ (mediana împarte un triunghi în două triunghiuri echivalente).

Dacă BC =a, AB = c, AC = b (a, b, c lungimile laturilor triunghiului) $p = \frac{a+b+c}{2}$, R = raza cercului circumscris triunghiului şi r = raza cercului înscris în triunghi atunci:

$A_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (formula lui Heron); $A_{\Delta ABC} = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$; $A_{\Delta ABC} = p \cdot r$;

$A_{\Delta ABC} = \frac{a \cdot b \cdot \sin(\sphericalangle C)}{2} = \frac{a \cdot c \cdot \sin(\sphericalangle B)}{2} = \frac{c \cdot b \cdot \sin(\sphericalangle A)}{2}$ $A_{\Delta ABC \text{ dreptunghic}} = \frac{\text{catetă}_1 \cdot \text{catetă}_2}{2} = \frac{\text{ipotenuză} \cdot \text{înălţimea corespunzătoare ei}}{2}$; $A_{\Delta ABC \text{ echilateral}} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4}$

Aria patrulaterului convex $= \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin(\sphericalangle d_1; d_2)}{2}$ Aria patrulaterului convex ortodiagonal $= \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ unde d_1 şi d_2 sunt diagonalele patrulaterului.

$A_{\text{paralelogram}}$ = bază · înălţime = $l_1 \cdot l_2 \cdot \sin(\sphericalangle l_1; l_2)$; $A_{\text{dreptunghi}}$ = lungime · lăţime ; A_{romb}= bază · înălţime $= \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$; $A_{\text{pătrat}} = l^2 = \frac{d^2}{2}$; $A_{\text{trapez}} = \frac{(\text{bază mare} + \text{bază mica}) \cdot \text{înălţime}}{2}$ = linie mijliocie · înălţime

Obs. 1. Fie ABCD paralelogram (dreptunghi, pătrat, romb) şi M ∈ AB atunci $A_{\Delta MDC} = \frac{A_{ABCD}}{2}$.

Obs. 2. Fie ABCD un trapez (AB ∥ CD şi AD∦ BC) şi M mijlocul laturii AD atunci $A_{\Delta MBC} = \frac{A_{ABCD}}{2}$.

PROBLEME PROPUSE

1. Se consideră triunghiul ABC, având aria 360cm² . Pe laturile BC şi CA se consideră punctele T, respectiv S, aşa încât BT = 2·TC si CS = 3·SA. Dreptele AT şi BS se intersectează în punctul P. Aflaţi aria patrulaterului CTPS.

O.L. Iaşi , 2019

2. Fie ABCD un pătrat şi punctele M, N, P pe laturile AD, DC, respectiv AB. Arătaţi că $A_{\Delta MNP} \leq \frac{A_{ABCD}}{2}$.

G.M.B.

3. Se consideră pătratul ABCD de latură 12 cm. Punctul O este intersecţia diagonalelor, punctul M este mijlocul laturii CD, iar punctul N este intersecţia dreptelor BD şi AM. Determinaţi aria patrulaterului CONM.

G.M.B.

4. Arătaţi că dacă un triunghi are vârfurile pe laturile unui dreptunghi şi centrul de greutate în centrul de simetrie al dreptunghiului, atunci raportul dintre aria triunghiului şi aria dreptunghiului este constant.

Short List, 2016

5. Fie ABCD un patrulater în care diagonalele sunt perpendiculare şi se intersectează în punctul O. Bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle(AOB)$, $\sphericalangle(BOC)$, $\sphericalangle(COD)$, $\sphericalangle(DOA)$ intersectează laturile AB, BC, CD, respectiv DA în punctele M, N, P, Q. Arătaţi că $\sqrt{A_{MNPQ}} \leq \frac{AC+BD}{4}$.

R.M.T.

6. Se consideră patrulaterul convex ABCD şi $\{O\} = AC \cap BD$. Dacă $\mathcal{A}_{AOB} = \mathcal{A}_{COD} \geqslant \frac{1}{4}\mathcal{A}_{ABCD}$, arătaţi că ABCD este paralelogram.

G.M.B.

7. Din punctul M, exterior cercului $C(O, R)$, se duce o 2ecant care intersectează cercul în punctele A şi B astfel încât $A \in [MB]$, $MB = 10\ cm$ şi $m(\overset{\frown}{AB}) = 60°$. Fie A' punctul diametral opus lui A. Să se afle distanţa de la M la centrul cercului, ştiind că aria triunghiului $\Delta A'OM$ este a cincea parte din aria triunghiului $\Delta A'MB$

O.L. Cluj, 2020

1. Artur Bălăucă – OLIMPIADE, CONCURSURI ŞI CENTRE DE EXCELENŢĂ – clasa a VII-a, Editura TAIDA, Iaşi, 2016

2. Dan Brânzei (coordonator) – Matematică– olimpiade şi concursuri şcolare, Editura PARALELA 45, Piteşti, 2010

3. Maranda Linț ș.a. – Matematică de excelență – clasa a VII- a, Editura PARALELA 45, Piteşti, 2013

4. Colecţia GAZETA MATEMATICĂ

5. Colecția R.M.T.

6. www.olimpiade.ro

7. www.mategl.com

Prof. Daniel Iarca