CJE BUZĂU

Distanțe și măsuri de unghiuri pe fețele sau în interiorul corpurilor geometrice

1. Se dă un cub ABCDA'B'C'D', de muchie a.
   a) Să se calculeze distanțele de la punctele A, C, B' la diagonala BD'.
   b) Să se arate că segmentele ale căror măsuri s-au calculat la punctul a) sunt concurente într-un punct T.
   c) Să se arate că $\frac{BT}{TD'} = \frac{1}{2}$
2. Se notează cu o centrul bazei unei piramide patrulatere regulate VABCD. Știind că unghiul dintre planele (VAB) și (VBC) are măsura egală cu $60°$, distanța de la O la o muchie laterală este egală cu $2\sqrt{6}\ cm$, iar punctul P este situat pe VO, astfel încât $\frac{VP}{PO} = \frac{1}{2}$, să se determine distanța de la punctul P la planul (VAB).

3. Fie cubul ABCDA'B'C'D' de latură l.
   a) Să se arate că oricare ar fi punctul M pe fața A'B'C'D', avem $MA^2 + MC^2 = MB^2 + MD^2$
   b) Dacă $P \in [BB']$, $Q \in [CC']$, $R \in [DD']$, determinați valoarea minimă a sumei AP+PQ+QR+RA'
4. Pe planul triunghiului ABC dreptunghic în A ridicăm perpendicularele din punctele A și B, de aceeași parte a planului, pe care considerăm punctele M și N astfel încât BN<AM. Știind că $AC = 2a, AB = a\sqrt{3}, AM = a$ și că planul MNC face cu planul ABC un unghi de 30°, să se afle:
   a) Aria triunghiului MNC;
   b) Distanța de la punctul B la planul MNC.
5. Se consideră cubul ABCDA'B'C'D'. Bisectoarele unghiurilor A' C'A și A' AC' intersectează AA' și A'C' în punctele P, respectiv S. Punctul M este piciorul perpendicularei din A' pe C'P iar N este piciorul perpendicularei din A' pe AS. Dacă punctul O este centrul feței ABB'A' , să se determine distanța dintre planele (MNO) și (AC'B) , dacă latura cubului este egală cu 2 cm.