Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 1

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.

a) Arătați că $\det(A\cdot A)=a^2b^2$, pentru orice numere reale a și b.

b) Se consideră matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $A\cdot X=X\cdot A$. Demonstrați că, dacă a și b sunt numere reale distincte, atunci există numerele reale x și t astfel încât $X=\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & t \end{pmatrix}$.

1. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln(x+1)$.

a) Arătați că $f'(x)=\ln(x+1)+\dfrac{x}{x+1}$, $x\in(-1,+\infty)$.

b) Arătați că funcția f este convexă.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 2

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

---

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 12+a & a \\ 1+a & 3+a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a) Arătați că $\det(A(0))=36$.

b) Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a)-(12+a)I_2)=0$, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2\sqrt{x^2-1}$.

a) Arătați că $f'(x)=2x\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right)$, $x\in(1,+\infty)$.

b) Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-f(x)}{x}$.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 3

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 3\\ 2 & -1 & a\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}x+2y-z=2\\ y+3z=4\\ 2x-y+az=2\end{cases}$, unde a este număr real.

a) Arătați că $\det(A(1))=18$.

b) Determinați mulțimea valorilor reale ale lui a pentru care sistemul de ecuații are soluție unică.

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\ln\left(2^x+1\right)$.

a) Arătați că $f'(x)=1-\dfrac{2^x\ln 2}{2^x+1}$, $x\in\mathbb{R}$.

b) Demonstrați că funcția f este crescătoare.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 4

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}1 & a\\ a^2 & a^3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a) Arătați că $\det(A(a))=0$, pentru orice număr real a.

b) Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(2)+xI_2)=0$.

1. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\sqrt{x+1}$.

a) Arătați că $f'(x)=\dfrac{2\sqrt{x+1}-1}{2\sqrt{x+1}}$, $x\in(-1,+\infty)$.

b) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 5

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ a & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a) Arătați că $\det\left(A(a)\right)=4$, pentru orice număr real a.

b) Arătați că $A(a)\cdot A(b)=2A(a+b)$, pentru orice numere reale a și b.

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^{2x}(x-5)$.

a) Arătați că $f'(x)=e^{2x}(2x-9)$, $x\in\mathbb{R}$.

b) Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f'(x)}{f(x)}$.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 6

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 3 & 13 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Arătați că $\det A=\det\left(A+I_2\right)$.

b) Determinați numărul real a, știind că $A\cdot A\cdot A=aI_2$.

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x+x}{e^x}$.

a) Arătați că $f'(x)=\dfrac{1-x}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.

b) Demonstrați că tangenta la graficul funcției f în punctul $A\left(1,f(1)\right)$ este paralelă cu asimptota spre $+\infty$ la graficul funcției f.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 7

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

---

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ -2 & -3 & 0\\ 2 & 4 & a\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}x+2y-z=-1\\ -2x-3y=1\\ 2x+4y+az=-2\end{cases}$, unde a este număr real.

a) Arătați că $\det\left(A(a)\right)=a+2$, pentru orice număr real a.

b) Pentru $a=0$, determinați inversa matricei $A(a)$.

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2+4x+5}-x-2$.

a) Arătați că $f'(x)=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+5}}-1$, $x\in\mathbb{R}$.

b) Demonstrați că axa Ox este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 8

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 1 & -2\\ 1 & -2 & 1\\ a & 1 & 1\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}x+y-2z=1\\ x-2y+z=2\\ ax+y+z=3\end{cases}$, unde a este număr real.

a) Arătați că $\det\left(A(1)\right)=-9$.

b) Demonstrați că suma elementelor matricei $B(a)=A(a)\cdot A(a)$ **nu** depinde de numărul real a.

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x}$.

a) Arătați că $f'(x)=\dfrac{1-\sqrt{x}}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

b) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 9

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 1 & 0 & \ln a \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde $a\in(0,+\infty)$.

a) Arătați că $\det(A(e))=e$.

b) Demonstrați că $\det\left(A\left(a^2\right)\right)=\det(A(a)\cdot A(a))$, pentru orice $a\in(0,+\infty)$.

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} 2^x+3^x-4, & x\in(-\infty,1) \\ \dfrac{x^2-x+1}{x^2}, & x\in[1,+\infty) \end{cases}$.

a) Arătați că funcția f este continuă pe $\mathbb{R}$.

b) Demonstrați că funcția f este crescătoare pe $(-\infty,1)$.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 10

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 1 & a & -1 \\ 1 & -1 & -a \\ a & -1 & 1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x+ay-z=a \\ x-y-az=-1 \\ ax-y+z=-1 \end{cases}$, unde a este număr real.

a) Arătați că $\det(A(1))=-4$.

b) Determinați mulțumea valorilor reale ale lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.

1. Se consideră funcția $f:(-2+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{1}{x+4}$.

a) Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}(xf(x))=2$.

b) Demonstrați că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(-2,+\infty)$.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 11

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

1. Se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix} x & 3 \\ -3 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a) Arătați că $\det(A(x))=x^2+9$, pentru orice număr real x.

b) Demonstrați că $A(2020-x)+A(2020+x)=2A(2020)$, pentru orice număr real x.

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2+5}$.

a) Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{(5-x)(x+1)}{(x^2+5)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

b) Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 12

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(x)=I_2+xA$, unde x este număr real.

a) Arătați că $\det A=0$.

b) Demonstrați că $M(x)M(y)=M(x+y+xy)$, pentru orice numere reale x și y.

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-e\ln x$.

a) Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{x-e}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

b) Demonstrați că graficul funcției f **nu** admite în niciun punct o tangentă paralelă cu dreapta de ecuație $y=x$.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 13

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1+x & x\\ 2x & 1+2x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a) Arătați că $\det(A(1))=4$.

b) Demonstrați că $A(x)A(y)=A(x+y+3xy)$, pentru orice numere reale x și y.

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x+2)^2e^{-x}$.

a) Arătați că $f'(x)=-x(x+2)e^{-x}$, $x\in\mathbb{R}$.

b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 14

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ și $M(x)=A+xB$, unde x este număr real.

a) Arătați că $\det(M(1))=0$.

b) Demonstrați că $M(x)M(y)=M(y)M(x)$ dacă și numai dacă $x=y$.

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln x-\frac{2(x-1)}{x}$.

a) Arătați că $f'(x)=\frac{x-2}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

b) Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta de ecuație $y=-x$.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 15

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} x+ay=1 \\ 2x+y+az=4 \\ -3x-y+z=1 \end{cases}$, unde a este număr real și $A(a)$ matricea coeficienților sistemului.

a) Arătați că $\det(A(0))=1$.

b) Pentru $a=-1$, determinați soluția sistemului de ecuații.

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-x-5$.

a) Determinați panta tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

b) Demonstrați că funcția f este convexă pe $\mathbb{R}$.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 16

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi funcția $f:\mathcal{M}_3(\mathbb{R})\to\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, $f(X)=X^2-3X+I_3$, unde $X^2=X\cdot X$.

a) Să se calculeze $\det(I_3+B)$.

b) Să se demonstreze că $f(A)=I_3+B$.

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}$.

a) Să se verifice că $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

b) Să se determine ecuația asimptotei oblice către $+\infty$ la graficul funcției f.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 17

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} x-2y+3z=-3 \\ 2x+y+z=4 \\ mx-y+4z=1 \end{cases}$, unde $m\in\mathbb{R}$.

a) Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât $(2,1,-1)$ să fie o soluție sistemului.

b) Să se rezolve ecuația $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ m & -1 & 4 \end{vmatrix} = m^2-3m$, unde $m\in\mathbb{R}$.

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^4}{4}-\ln x$.

a) Să se calculeze $f'(x), x\in(0,+\infty)$.

b) Să se determine punctul de extrem al funcției f.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 18

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

1. Se consideră matricele $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a & b \end{pmatrix}$, unde $a,b\in\mathbb{Z}$. Se notează $A^2=A\cdot A$.

a) Să se calculeze A^2.

b) Să se verifice că $A^2=aI_2+bA$.

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-x-1$.

a) Să se calculeze derivata funcției f.

b) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 19

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

1. În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ notăm cu A^t transpusa matricei A.

a) Să se calculeze $I_2+(I_2)^t$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

b) Să se demonstreze că pentru orice $A\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ şi $m\in\mathbb{R}$ are loc relația $(mA)^t=mA^t$.

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\ln x$.

a) Să se arate că $f(1)-f'(1)=1$.

b) Să se determine punctul de extrem al funcției f.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 20

Clasa a XI-a , Specializarea Matematică-Informatică

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases}x+ay+a^2z=a\\ x+by+b^2z=b\\ x+cy+c^2z=c\end{cases}$, unde $a,b,c\in\mathbb{R}$, sunt distincte două câte două.

a) Să se rezolve sistemul pentru $a=0$, $b=1$ şi $c=2$.

b) Să se verifice că $\det(A)=(a-b)(b-c)(c-a)$, unde A este matricea asociată sistemului.

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+e^x$.

a) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$.

b) Să se arate că funcția f este convexă pe $\mathbb{R}$.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 1

Clasa a XI-a , Specializarea Științe ale Naturii

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x+y-z=3 \\ x-y+2z=a \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

a) Să se calculeze determinantul matricei asociate sistemului.

b) Pentru $a=0$ să se rezolve sistemul.

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^3+3x+9$.

a) Arătați că $f'(x)=3(1-x)(1+x)$, $x\in\mathbb{R}$.

b) Arătați că $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-7}{x-2}=-9$.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 2

Clasa a XI-a , Specializarea Științe ale Naturii

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Să se verifice că $A^2=2I_2$, unde $A^2=A\cdot A$.

b) Să se determine x real astfel încât $\det(A-xI_2)=0$.

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x}$.

a) Arătați că $f'(x)=1+\dfrac{1}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 3

Clasa a XI-a , Specializarea Științe ale Naturii

1. Se consideră matricele $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$ din $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Se notează cu A^t transpusa matricei A.

a) Știind că $ad=4$ și $bc=3$, să se calculeze $\det(A)$

b) Să se calculeze $A\cdot A^t$.

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^3+6x^2+5$.

a) Arătaţi că $f'(x)=12x(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.

b) Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f'(x)}{f(x)-4x^3}$.

Președinte comisie: Membrii comisie:

Examenul de corigență - proba orală

Biletul nr 4

Clasa a XI-a , Specializarea Științe ale Naturii

1. Se consideră matricele $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $X=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ din $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$. Se notează $X^n=\underbrace{X\cdot X\cdot\ldots\cdot X}_{de\ n\ ori}$

pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.

a) Să se calculeze X^2.

b) Să se determine inversa matricei X.

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^4-4x^2-3$.

a) Arătaţi că $f'(x)=8x(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.

b) Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcţiei f.

Președinte comisie: Membrii comisie: